

研究反常趋肤效应的傅里叶变换方法

马国彬

(中国科学院上海光学精密机械研究所 上海 201800)

谭维翰

(上海大学物理系 上海 201800)

王占山

(中国科学院长春光学精密机械研究所 长春 130022)

摘要 借助等离子体色散函数,在快速傅里叶变换的基础上,将等离子体中激光场的幅度用电导显含地表示,进而用一个方程描述高强度超短脉冲激光与稠密等离子体相互作用中的正常及反常趋肤效应。与文献相比,计算量大大减小,且物理意义较为明晰。对相同的参数,计算结果与文献一致。对文献未曾研究过的参数区域,计算发现,即使对不随速度变化的碰撞频率,由于反常趋肤效应,激光场的穿透深度也明显增大。

关键词 反常趋肤效应 傅里叶变换 短脉冲激光与等离子体相互作用

1 引言

趋肤效应是一个既古老又新颖的物理现象。金属中这两种趋肤效应的研究已经较为完善^[1]。对等离子体,早在1967年Weibel就做过研究^[2]。之后,Blevin, Reynolds, 及 Thonemann也做过这方面的理论及实验研究^[3]。但这些工作都是针对低强度电磁场,低密度,冷等离子体而言。近年来,随着激光技术的发展,高强度超短脉冲激光器的出现,在实验室中获取接近固体密度的高温等离子体已成为可能。这种高强度超短脉冲激光与等离子体相互作用时,趋肤吸收常常占主导地位(尤其是对激光束正入射到靶表面的情况),所以趋肤效应的研究又逐渐为人们所重视^[4-11]。

当超短脉冲打靶激光强度低于 10^{16} W/cm^2 时,发生正常趋肤效应,此时热电子的自由程远小于趋肤深度,等离子体高频电导局域化,激光的吸收主要通过被激光场加速的电子与离子

* 国家应用光学重点实验室资助课题

修稿日期: 1998- 01- 12

在趋肤深度内的碰撞完成, 电子温度一般在几百电子伏。然而对更高强度的超短脉冲打靶激光 ($> 10^{17} \text{ W/cm}^2, 100\text{fs}$), 激光电场的幅度与原子核的库仑场同量级, 原子被电离为等离子体所需的时间比激光场的振荡周期短, 而离子获得能量的时间相对较慢, 在激光脉冲宽度内, 其流体力学膨胀几乎可以忽略不计, 结果使等离子体密度接近固体。这种情况下, 电子温度可高达几千电子伏, 在一个运动周期内热电子可无碰撞地穿越可与趋肤深度相比拟的距离, 等离子体高频电导非局域化, 激光的吸收乃无碰撞过程, 此即反常趋肤效应。

研究趋肤效应传统步骤是: 通过积分运动方程确定粒子的速度; 用速度及其分布函数表示等离子体中的电流密度; 然后求解波动方程获得趋肤效应的有关信息。这种方法计算繁杂, 结果都是建立在大量的数值计算之上, 物理意义不明显。本文借助等离子体色散函数, 在傅里叶变换的基础上, 建立描述高强度超短脉冲激光与稠密等离子体相互作用中正常及反常趋肤效应的简化物理模型。模型中, 我们只考虑激光正入射到靶面的情况, 假定等离子体密度均匀, 电子在界面上全反射, 且忽略与离子运动有关的流体力学效应。采用此模型, 等离子体中激光场的幅度可用电导显含地表示, 正常及反常趋肤效应可用一个方程描述。与文献相比, 此模型计算量大大减小, 且物理意义较为明晰。对相同的参数, 计算结果与文献[9]一致。对文献未曾研究过的参数区域(比如靶层深处), 计算发现, 即使对不随速度变化的碰撞频率, 由于反常趋肤效应, 激光场的穿透深度也明显增大。

2 物理模型

假定密度均匀的稠密等离子体占据 $x > 0$ 的半无限大空间, 一束高强度短脉冲激光从 $x < 0$ 的真空中正入射到等离子体表面。由于我们主要研究趋肤效应, 因而假定等离子体密度 n_e 远大于临界密度 $n_c = m_e \omega^2 / 4\pi e^2$ 。电子分布函数 f 满足下列方程

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m_e} \left[\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right] \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = C[f] \quad (1)$$

式中 $C[f]$ 是碰撞算符; e 及 m_e 分别是电子电荷及质量; 电磁场 \mathbf{E}, \mathbf{B} 满足 Maxwell 方程

$$c \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$c \nabla \times \mathbf{B} = 4\pi \mathbf{J} \quad (3)$$

方程(3)中忽略了位移电流项, 因为已假定 $n_e \gg n_c$ 。对正入射情况, 矢量 \mathbf{E}, \mathbf{B} 在 (y, z) 平面内, 无 x 分量。

假定激光打靶之后, 等离子体中的微扰电场为^[12]

$$\mathbf{E}_1 = \delta \mathbf{E} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \eta t] + cc \quad (4)$$

式中无穷小量 η 是为了保证微扰开始后系统的响应, 我们逐步令 $\eta \rightarrow 0$ 。与电场(4)相联系, 等离子体中的微扰磁场为

$$\mathbf{B}_1 = \delta \mathbf{B} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \eta t] + cc \quad (5)$$

作为响应, 电子分布函数也会偏离其稳态值 f_0 。按线性响应理论, 它可表示为

$$f = f_0(\mathbf{v}) + f_1(\mathbf{v}) = f_0(\mathbf{v}) + \{\delta f_0(\mathbf{v}) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \eta t] + cc\} \quad (6)$$

假定碰撞算符为 $C[f] = -\mathcal{U}f_1(\mathbf{v})^{[2]}$ (这里 \mathcal{U} 是电子离子碰撞频率), 将 (4) - (6) 式代入方程 (1), 只保留 E_1, B_1 及 $f_1(\mathbf{v})$ 的线性项, 可得

$$\frac{\partial \tilde{f}_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_1}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m_e} [E_1 + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}_1}{c}] \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial \mathbf{v}} = -\mathcal{U}f_1 \quad (7)$$

利用 (2) - (6) 式, 对方程 (7) 做傅里叶变换, 有

$$\delta f_0 = \frac{ie}{m_e} \frac{\delta E + [\mathbf{k}(\mathbf{v} \cdot \delta E) - \delta E(\mathbf{v} \cdot \mathbf{k})]/\omega}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \omega - i\nu - i\eta} \cdot \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial \mathbf{v}} \quad (8)$$

对我们的情况, $k = k_x i_1, \delta E = E_y i_2, \mathbf{v} = v_x i_1 + v_y i_2 + v_z i_3$, 这里 i_1, i_2 及 i_3 分别是 x, y 及 z 方向的单位矢量。这样, (8) 式变为

$$\delta f_0 = \frac{ie}{m_e} \left[\left(1 - \frac{k_x v_x}{\omega}\right) \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v_y} + \frac{k_x v_y}{\omega} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v_x} \right] \frac{\delta E_y}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \quad (9)$$

等离子体中的诱导电流 δJ_y 由 δf_0 确定

$$\delta J_y = n_e e \int v_y \delta f_0 d v_x d v_y d v_z \quad (10)$$

将 (10) 式与欧姆定律 $\delta J_y = \sigma_r \delta E_y$ 比较, 并利用 (9) 式, 可得

$$\sigma_r = \frac{in_e e^2}{m_e} \frac{v_y}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \left[\left(1 - \frac{k_x v_x}{\omega}\right) \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v_y} + \frac{k_x v_y}{\omega} \frac{\partial \tilde{f}_0}{\partial v_x} \right] d v_x d v_y d v_z \quad (11)$$

假定电子速度分布函数的稳态值 f_0 为 *Maxwell* 分布, 完成 (11) 式的计算, 有

$$\begin{aligned} \sigma_r(k_x, \omega + i\nu) &= -\frac{in_e e^2}{m_e} \cdot \frac{m_e^2}{2\pi T_e^2} \frac{v_y^2}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \exp\left[-\frac{m_e}{2T_e}(v_x^2 + v_y^2)\right] d v_x d v_y \\ &= -\frac{i\omega^2}{4\pi} \cdot \frac{m_e^2}{2\pi T_e^2} \frac{v_y^2}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \\ &\quad \cdot \left[\left(1 - \frac{k_x v_x}{\omega + i\nu}\right) + \frac{k_x v_x}{\omega + i\nu} \right] \exp\left[-\frac{m_e}{2T_e}(v_x^2 + v_y^2)\right] d v_x d v_y \\ &= \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{\omega^2}{\omega + i\nu} \left[1 - \left(\frac{m_e}{2\pi T_e}\right)^{1/2} \frac{k_x v_x}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \exp\left(-\frac{m_e}{2T_e}v_x^2\right) d v_x \right] \\ &= \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{\omega^2}{\omega + i\nu} \left[1 - W\left(\frac{\omega + i\nu}{k_x T_e/m_e}\right) \right] \quad (12) \end{aligned}$$

式中 T_e 是电子温度, $\omega = \sqrt{4\pi n_e e^2/m_e}$ 是等离子频率, $W(Z)$ 由下式确定

$$W(Z) = \frac{1}{2\pi} - \frac{x}{x - Z} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

它与众所周知的等离子体色散函数 $W_d(\zeta)^{[13]}$, 及复变量的误差函数 $W_e(\xi)^{[14]}$ 有密切关系

$$W(Z) = -\frac{1}{2} W_d\left(\frac{Z}{2}\right) = i \frac{\pi}{2} Z W_e\left(\frac{Z}{2}\right) + 1$$

$\nu = 0$ 时, (12) 式即 *Ichimaru* 的结果^[12]。

(12) 式是等离子体电导在 k, ω 空间的表示, 另一方面诱导电流还可表示为^[12]

$$J_y(x) = \int_0^{\infty} dx \left[\sigma_T(k_x, \omega) E_y(x) + \sigma_T(k_x, \omega) E_y(x) \right] \quad (12)$$

式中 $\sigma_T(k_x, \omega)$ 是 x 处的微扰电场在 x 处产生的诱导电流密度, 第二项 $\sigma_T(k_x, \omega)$ 源于 $x = 0$ 处的完全反射边界条件。此外, 我们假定所有物理量都按 $\exp(-i\omega t)$ 随时间变化, 为方便起见, 从现在开始, 我们略去不写。进一步, 我们把等离子体扩展到 $x < 0$ 的自由空间, 并采用与文献[2, 6, 9] 的方法, 假定 $x < 0$ 处的电场是 $x > 0$ 处的镜像: $E_y(-x) = E_y(x)$, 则上式可化为

$$J_y(x) = \int_0^{\infty} dx \sigma_T(k_x, \omega) E_y(x) \quad (13)$$

式中 $\sigma_T(k_x, \omega)$ 是(12) 式确定的等离子体横向电导 $\sigma_T(k_x, \omega + i0)$ 的傅里叶逆变换值

$$\sigma_T(k_x, \omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \sigma_k(k_x, \omega + i0) \exp(ik_x x) \quad (14)$$

将(13) 式代入波动方程(2) 和(3), 并考虑 $x = 0$ 处 $B_z(x)$ 不连续性, $B_z(+0) = -B_z(-0)$, 则有

$$\frac{\partial^2 E_y(x)}{\partial x^2} + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \int_0^{\infty} dx \sigma_T(k_x, \omega) E_y(x) = \frac{2i\omega}{c} B_z(+0) \delta(x) \quad (15)$$

借助(14) 式, 我们可通过傅里叶变换求解波动方程(15)

$$E_y(x) = -i \frac{\omega}{\pi c} B_z(+0) \int_0^{\infty} dk_x [k_x^2 - i \frac{4\pi\omega}{c^2} \sigma_k(k_x, \omega + i0)]^{-1} e^{ik_x x} \quad (16)$$

将(12) 式代入, 有

$$E_y(x) = -i \frac{\omega}{\pi c} B_z(+0) \int_0^{\infty} dk_x \left[k_x^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\omega}{\omega + i0} \left(1 - W\left(\frac{\omega + i0}{T_e/m_e}\right) \right) \right]^{-1} e^{ik_x x} \quad (17)$$

通过(17) 式, 我们可计算高强度超短脉冲激光与等离子体相互作用过程中, 正常及反常趋肤效应存在时, 等离子体中任意一点 x 处激光场的幅度。

正常趋肤效应是等离子体高频电导的局域化描述, 也就是说(12) 式中的 $\sigma_k(k_x, \omega + i0)$ 与 k_x 无关, 即 $W(Z) = 0$ 。此时, (17) 式化为

$$E_y(x) = -i \frac{\omega}{\pi c} B_z(+0) \int_0^{\infty} dk_x \left[k_x^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\omega}{\omega + i0} \right]^{-1} e^{ik_x x} \quad (18)$$

此乃通常的菲涅尔方程的解, 利用留数定理完成(18) 式的积分, 可得

$$E_y(x) = \frac{\omega}{c} B_z(+0) \frac{\exp(i\alpha x - \beta x)}{\alpha + i\beta} \quad (19)$$

式中

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \omega_p^2/\omega^2} - 1}{2(1 + \omega_p^2/\omega^2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \frac{\omega}{c} \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \omega_p^2/\omega^2} + 1}{2(1 + \omega_p^2/\omega^2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

由此确定的场穿透深度

$$\delta_0 = \frac{1}{\beta} = \frac{c}{\omega} \left[\frac{2(1 + \omega_p^2/\omega^2)}{1 + \omega_p^2/\omega^2 + 1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

与文献[9]的结果完全一致。

对反常趋肤效应, 等离子体高频电导非局域化, 具有强烈的空间色散特性, (17) 式中的 $\sigma(k_x, \omega + i\nu)$ 在很大程度上依赖于 k_x 。这种情况下, (17) 式中的 $W(Z)$ 不为零, 此时我们可用快速傅里叶变换计算(17)式。

3 计算结果

为了便于和文献(e.g. [9])比较, 计算中我们取与其相同的参数: 激光波长 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$, 接近固体密度的类氢铝等离子体 ($Z^* = 11, n_e = 660n_c$, 即 $660 \times 10^{21}\text{cm}^{-3}$), 电子温度 $T_e = 500\text{eV}$ 时碰撞频率 $\nu/\omega = 3.9$, 电子温度 $T_e = 1\text{keV}$ 时碰撞频率 $\nu/\omega = 1.73$, 对应的正常趋肤深度分别为 $\delta_0 = 168\text{\AA}$ (图1) 及 $\delta_0 = 107\text{\AA}$ (图2)。

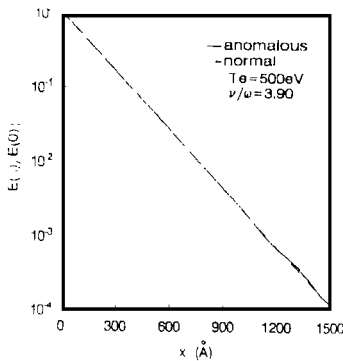


Fig. 1 Field amplitude (normalized to that at $x = 0$) in solid density heliumlike aluminum plasma at 500eV, for a $1.06\mu\text{m}$ laser, with constant collision frequency $\nu/\omega = 3.9$. Full curve: anomalous skin effect calculated through Eq. (17), including the spatial dispersion term $W(Z)$; dashed curve: normal skin effect calculated through Eq. (19)

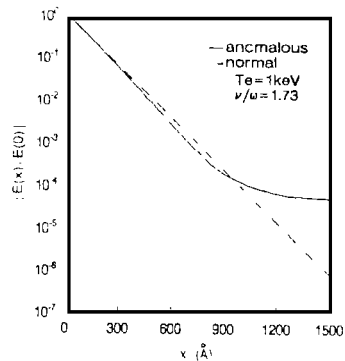


Fig. 2 Field amplitude in solid density heliumlike aluminum plasma at 1KeV for a $1.06\mu\text{m}$ laser, for constant collision frequency $\nu/\omega = 1.73$. Full curve: anomalous skin effect calculated through Eq. (17), including the spatial dispersion term $W(Z)$; dashed curve: normal skin effect calculated through Eq. (19)

图1给出了电子温度 $T_e = 500\text{eV}$ 时, 正常(虚线)及反常(实线)趋肤效应条件下, 等离子体中的归一化电场幅值随靶层深度 x 的变化情况。此时, 与两种趋肤效应对应的场幅值随 x 的变化几乎完全一样。这是因为 $T_e = 500\text{eV}$ 相当于较低的打靶激光功率密度, 而且我们取 $\nu/\omega = 3.9$, 没有考虑碰撞频率随电子速度的变化, 因而反常趋肤效应不明显, 两条曲线基本重合。这些与文献[9]一致。

图2是电子温度 $T_e = 1\text{keV}$ 时的计算结果。此时, 在靶层不太深的位置 ($x < 900\text{\AA}$), 无论对正常还是反常趋肤效应, 电场幅值几乎都按指数规律衰减, 在 $x = 900\text{\AA}$ 处, 两者都衰减为边界 $x = 0$ 处的 10^{-4} 倍。反常趋肤效应时的场幅值比正常趋肤效应时略小, 是因为反常趋肤效应的非局域特性首先使场幅值衰减, 而不是增加。这也与文献[9]一致。然而对文献未曾研究过

的靶层深处 ($x > 900\text{\AA}$), 我们发现与正常趋肤效应相比, 反常趋肤效应的场幅值明显增大。由图 2 可以看出, 当 $x > 900\text{\AA}$ 时, 正常趋肤效应的场幅值继续按指数规律衰减, 到 $x = 1500\text{\AA}$ 时 $E(x) = 10^{-6}E(0)$, 而反常趋肤效应的场幅值却几乎不变, 在 $x = 1500\text{\AA}$ 处, 仍有 $E(x) = 10^{-4}E(0)$ 。这一点与文献[9] 有所不同, 那里虽然也观测到反常趋肤效应导致的场幅值增大, 但只是在假定碰撞频率随轴向速度变化 ($\nu = \nu(v_x)$) 时才有。我们认为这是因为正常趋肤效应的局域化特性使得电子的运动受阻, 而反常趋肤效应的非局域化特性使得电子把更多的能量带到靶层深处所致。

4 结 语

本文借助等离子体色散函数, 采用傅里叶变换方法, 建立了描述高强度超短脉冲激光与稠密等离子体相互作用过程中的正常及反常趋肤效应的简化物理模型。采用此模型, 可以研究高强度超短脉冲激光场在稠密等离子体中的传播, 结果表明反常趋肤效应导致靶层深处的激光场增大。同时, 可以方便地计算激光的吸收份额。

参 考 文 献

- Zimen J M. The physics of metals, I. Electrons (Cambridge University Press, Oxford, England, 1981), P102; and Principles of the Theory of Solids (Cambridge University Press, Oxford, England, 1969), P241
- Weibel E S. Anomalous skin effect in a plasma. Phys Fluids, 1967, 10: 741 ~ 747
- Blevin H A, Reynolds J A, Thonemann P C. Phys Fluids, 1970, 10: 1259; 1973, 13: 82
- Brunel F. Anomalous absorption of high intensity subpicosecond laser pulses. Phys Fluids, 1988, 31: 2714 ~ 2719
- Gamaliy E G, Dragila R. Interaction of ultrashort laser pulses at relativistic intensities with solid targets: relativistic skin effect. Phys Rev, 1990, A42: 929 ~ 935
- Rozmus W, Tikhonchuk V T. Skin effect and interaction of short laser pulses with dense plasmas. Phys Rev, 1990, A42: 7401 ~ 7412
- Zigler A, Burkhalter P G, Nagel D J, Rosen M D, Boyer K, Gibson G, Luk T S, McPherson A, Rhodes C K. Measurement of energy penetration depth of subpicosecond laser energy into solid density matter. Appl Phys Lett, 1991, 59: 434 ~ 536
- Gibbon P, Bell A R. Collisionless absorption in sharp-edged plasmas. Phys Rev Lett, 1992, 68: 1535 ~ 1538
- Matte J P, Agueaou K. Numerical studies of the anomalous skin effect. Phys Rev, 1992, A45: 2558 ~ 2566
- Denavit J. Absorption of high-intensity subpicosecond lasers on solid density targets. Phys Rev Lett, 1992, 69: 3052 ~ 3055
- Bulanov S V, Naumova N M, Pegoraro F. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser pulse with an over dense plasma. Phys Plasmas, 1994, 1: 745 ~ 754
- Ichimaru S. Basic principles of plasma physics (W. A. Benjamin, Inc., Advanced book program, London, 1973), Chapt. 3, 4 and 5
- Fried B D, Conte S D. The plasma dispersion function. New York: Academic Press, 1961
- Gautschi W. Error function and Fresnel integrals. in Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables (edited by M Abramowitz and I. A. Stegun, National Bureau of Stan-

dards, Appl. Math. Ser. 55, 1964), P295

Fourier Transformation of Investigating Anomalous Skin Effect

MA Guo-Bin

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

TAN Wei-Han

(*Physics Department, Shanghai University, Shanghai 201800*)

WANG Zan-Shan

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022*)

Abstract

The fourier transformation is used to investigate the skin effects in the interaction of short laser pulses with dense plasmas by plasma dispersion function. With this method, the field amplitude in the plasma can be represented explicitly in terms of electric conductivity. The normal and anomalous skin effects can be described through one equation. The calculation results are in agreement with references for equivalent parameters. The calculation amount is greatly decreases and the physical meaning is very clear. The field amplitude is considerably enhanced due to the anomalous skin effect, even for constant collision frequency, for deeper positions inside a target, which have not been studied yet.

Key words: Anomalous skin effect, Fourier transformation, The interaction of short laser pulses with plasmas

马国斌 男, 1963 年生。1989 年硕士毕业于中国工程物理研究院, 1992 年在中国科学院上海光学精密机械研究所获博士学位。一直从事激光与等离子体相互作用方面的理论与实验研究工作。